目录

2024 年武忠祥每日一题做题本合集 2 月

2 月 1 日

求不定积分 $\int \frac{x+\ln(1-x)}{x^2}\mathrm{d}\,x$

2 月 2 日

求下列不定积分

1）$\int \frac{x+1}{x(1+xe^x)}dx$

2）$\int (1+\ln x)(\ln x+\ln\ln x)dx$

2 月 3 日

1） $\int \frac{1+x}{1+x^3}dx$　　2） $\int \frac{1-x}{1+x^3}dx$

2 月 4 日

求下列不定积分

1） $\int \frac{dx}{1+x^3}$　　2） $\int \frac{x}{1+x^3}dx$

2 月 5 日

（2002年4）已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln^2 x$，则 $\int xf'(x)\mathrm{d}x =$ ________.

2 月 6 日

（2000年2）设 $f(\ln x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$，求 $\int f(x)\mathrm{d}x$.

2 月 7 日

计算不定积分 $\int \max(1, x^2) dx$

2 月 8 日

(1994年1,2,3)设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} \cos^4 x \, \mathrm{d}\, x$

$N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) \mathrm{d}\, x$　$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin^3 x - \cos^4 x) \mathrm{d}\, x$ 则有(　).

(A) $N < P < M$　(B) $M < P < N$

(C) $N < M < P$　(D) $P < M < N$

2 月 9 日

（2018年1,2,3）设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+x)^2}{1+x^2}dx,\ N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}dx,$

$K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})dx$，则

$(A)\quad M>N>K,$ $\qquad$ $(B)\quad M>K>N,$

$(C)\quad K>M>N,$ $\qquad$ $(D)\quad K>N>M,$

2 月 10 日

设 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x}{x}\mathrm{d}x, I_2=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\tan x}\mathrm{d}x$，则

（A） $I_1>I_2>1.$ $\qquad$ （B） $1>I_1>I_2.$

（C） $I_2>I_1>1.$ $\qquad$ （D） $1>I_2>I_1.$

2 月 11 日

$$\int_{-2}^{2}[\ln(x+\sqrt{1+x^2})+\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}]\mathrm{d}x=\underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 12 日

$$\int_{-\pi}^{\pi}|x|[x^3+\sin^2 x]\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 13 日

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1-\sin x}\,\mathrm{d}\,x = \underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 14 日

$$\int_{\sqrt{e}}^{e^{\frac{3}{4}}} \frac{\mathrm{d}\,x}{x\sqrt{\ln x(1-\ln x)}} = \underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 15 日

(2020年2) $\int_0^1 \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}}dx = (\quad)$

A. $\frac{\pi^2}{4}$　　B. $\frac{\pi^2}{8}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{8}$

2 月 16 日

$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2}\mathrm{d}x =$ ________.

2 月 17 日

已知函数 $f(x)=\int_1^x \sqrt{1+t^4}dt$, 则 $\int_0^1 x^2 f(x)dx=$ ________.

2 月 18 日

已知 $f(x)$ 连续, $\int_0^x tf(x-t)\mathrm{d}t=1-\cos x$,求$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ 的值.

2 月 19 日

设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & 0\le x\le 1, \\ 2-x, & 1<x\le 2 \end{cases}$ 记 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt\,(0\le x\le 2)$，则有（ ）

(A) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ 2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2 \end{cases}$

(B) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ \dfrac{1}{3}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2 \end{cases}$

(C) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ -\dfrac{7}{6}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2 \end{cases}$

(D) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ \dfrac{x^3}{3}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2 \end{cases}$

2 月 20 日

设 $x\ge -1$, 则 $\int_{-1}^{x}(1-|t|)dt=$ __________ .

2 月 21 日

设 $x=x(t)$ 由方程 $\sin t-\int_{1}^{x-t}\mathrm{e}^{-u^{2}}\mathrm{d}u=0$ 所确定，试求 $\left.\frac{\mathrm{d}^{2}x}{\mathrm{d}t^{2}}\right|_{t=0}$ 的值.

2 月 22 日

设函数 $f(x)=\int_{0}^{1}|t(t-x)|\mathrm{d}t\,(0<x<1)$，求 $f(x)$ 的极值、单调区间及曲线 $y=f(x)$ 的凹凸区间.

2 月 23 日

下列反常积分中发散的是（ ）

A. $\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx$.　　B. $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$.

C. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2}dx$.　　D. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^2}dx$.

2 月 24 日

$\int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+3} =$ ________.

2 月 25 日

$$I=\int_1^{+\infty}\frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{e}^{1+x}+\mathrm{e}^{3-x}}=\underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 26 日

$$\int_0^{+\infty}\frac{\ln(1+x)}{(1+x)^2}dx=\underline{\qquad\qquad}.$$

2 月 27 日

已知一抛物线通过 x 轴上的两点 $A(1,0),B(3,0)$

(1) 求证:两坐标轴与该抛物线所围图形的面积等于 x 轴与该抛物线所围图形的面积.

(2) 计算上述两平面图形绕 x 轴旋转一周所产生两个旋转体体积之比.

2 月 28 日

由心形线 $r=a(1+\cos\theta),(0<a)$, 所围图形的面积为 ________