目录

2024 年武忠祥每日一题做题本合集 1 月

1 月 1 日

(1995年2)设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导,且对任意 x_1,x_2,当 $x_1>x_2$ 时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$,则（ ）

（A）对任意$x, f'(x)>0$;

（B）对任意 $x, f'(-x)\le 0$;

（C）函数$f(-x)$ 单调增加;

（D）函数$-f(-x)$

1 月 2 日

(2000年1,2)设 $f(x),g(x)$ 是恒大于零的可导函数,且 $f'(x)g(x)-f(x)g'(x)<0$,则当 $a<x<b$ 时,有（ ）.

（A）$f(x)g(b)>f(b)g(x)$ （B）$f(x)g(a)>f(a)g(x)$

（C）$f(x)g(x)>f(b)g(b)$ （D）$f(x)g(x)>f(a)g(a)$

1 月 3 日

设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^n}=-1$，其中 n 为大于1的整数，则在点 $x=a$ 处（ ）.

(A) $f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a)\neq 0$;

(B) $f(x)$ 取得极大值;

(C) $f(x)$ 取得极小值;

(D) $f(x)$ 是否取得极值与 n 的取值有关.

1 月 4 日

(2001年3）设$f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续，又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{x-a}=-1$，则（ ）

(A) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点;

(B) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点;

(C) $(a,f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点;

(D) $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(a,f(a))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

1 月 5 日

(2008年2)曲线 $y=(x-5)x^{\frac{2}{3}}$ 的拐点坐标为 ______.

1 月 6 日

(2004年2,3)已知函数 $y=f(x)$ 对一切 x 满足 $xf''(x)+3x[f'(x)]^2=1-e^{-x}$

若 $f'(x_0)=0\ (x_0\neq 0)$ 则（ ）.

(A) $f(x_0)$是 $f(x)$ 的极大值;

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值;

(C) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点;

(D) $f(x_0)$不是 $f(x)$ 的极值, $(x_0, f(x_0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

1 月 7 日

(2000年2)设函数 $f(x)$ 满足关系式 $f''(x)+[f'(x)]^2=x$

且 $f'(0)=0$ 则（ ）

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值;

(B) $f(0)$是 $f(x)$ 的极小值;

(C) $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点;

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, $(0,f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

1 月 8 日

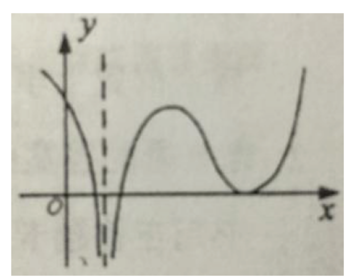
(2016年2）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，其导函数图形如图所示，则(　)

(A）函数 $f(x)$ 有2个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有2个拐点.

(B）函数 $f(x)$ 有2个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有3个拐点.

(C）函数 $f(x)$ 有3个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有1个拐点.

(D）函数 $f(x)$ 有3个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有2个拐点.



1 月 9 日

(1998年2)曲线 $y = x\ln\left(\mathrm{e}+\dfrac{1}{x}\right)$ $(x>0)$ 的渐近线方程为

______.

1 月 10 日

(2012年1，2，3)曲线 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$ 渐近线的条数为

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

1 月 11 日

(1994年2)设 $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$, 求

（1）函数的增减区间及极值；（2）函数图像的凹凸区间及拐点；

（3）渐近线；（4）作出其图形.

1 月 12 日

(1996年1,2)在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内,方程 $|x|^{\frac{1}{4}}+|x|^{\frac{1}{2}}-\cos x=0$

（A）无实根 （B）有且仅有一个实根

（C）有且仅有两个实根 （D）有无穷多个实根

1 月 13 日

(2011年2)函数 $f(x)=\ln|(x-1)(x-2)(x-3)|$ 的驻点个数为（ ）

（A）0 （B）1 （C）2 （D）3

1 月 14 日

设 $f(x)=x^2(1-x)^2$，则方程 $f''(x)=0$ 在 $(0,1)$ 上(　)

(A)无实根 (B)有且仅有1个实根

(C)有且仅有2个实根 (D)有且仅有3个实根

1 月 15 日

(1993年3)设常数 $k>0$,函数 $f(x)=\ln x-\frac{x}{\mathrm{e}}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点个数为

(A) 3　　(B) 2　　(C) 1　　(D) 0

1 月 16 日

证明当 $x>0$ 时，有不等式 $\ln(1+\frac{1}{x})>\frac{1}{1+x}$.

1 月 17 日

证明当 $x>0$ 时，有不等式 $\arctan x+\frac{1}{x}>\frac{\pi}{2}$.

1 月 18 日

(1993年5) 设 p,q 是大于1的常数，并且 $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$

证明：对于任意的 $x>0$，有 $\frac{1}{p}x^p+\frac{1}{q}\geq x$.

1 月 19 日

(2003年3) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续, 在 $(0,3)$ 内可导, 且 $f(0)+f(1)+f(2)=3$, $f(3)=1$. 试证必存在 $\xi\in(0,3)$, 使 $f'(\xi)=0$.

1 月 20 日

（1996年3）设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上具有二阶导数，且 $f(a)=f(b)=0$, $f'(a)f'(b)>0$, 证明存在 $\xi\in(a,b)$ 和 $\eta\in(a,b)$ 使 $f(\xi)=0$ 及 $f''(\eta)=0$.

1 月 28 日

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=0$，试证明.

(1) $\exists\xi\in(a,b)$，使 $f'(\xi)+f(\xi)=0$;

(2) $\exists\eta\in(a,b)$，使 $f'(\eta)-f(\eta)=0$;

(3) $\exists\zeta\in(a,b)$，使 $f'(\zeta)+\lambda f(\zeta)=0$;

1 月 29 日

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1)=0$，

试证明 $\exists\xi\in(0,1)$，使 $\xi f'(\xi)=-f(\xi)$.

1 月 30 日

(2010年2) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$上连续, 在开区间 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0)=0, f(1)=\frac{1}{3}$, 证明：存在 $\xi\in\left(0,\frac{1}{2}\right), \eta\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ 使得 $f'(\xi)+f'(\eta)=\xi^2+\eta^2$.

1 月 31 日

设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导, 且 a,b 同号，证明：存在 $\xi,\eta\in(a,b)$, 使得 $abf'(\xi)=\eta^2 f'(\eta)$.