

# 目录

2024年武忠祥每日一题做题本合集 12月 .....	3
12月1日 .....	3
12月2日 .....	3
12月3日 .....	4
12月4日 .....	4
12月5日 .....	5
12月6日 .....	5
12月7日 .....	6
12月8日 .....	6
12月9日 .....	7
12月10日 .....	7
12月11日 .....	8
12月12日 .....	8
12月13日 .....	9
12月14日 .....	9
12月15日 .....	10
12月16日 .....	10
12月17日 .....	11
12月18日 .....	11
12月19日 .....	12
12月20日 .....	12
12月21日 .....	13
12月22日 .....	13
12月23日 .....	14
12月24日 .....	14
12月25日 .....	15
12月26日 .....	15

12月27日 .....	16
12月28日 .....	16
12月29日 .....	17
12月30日 .....	17
12月31日 .....	18

# 2024年武忠祥每日一题做题本合集 12月

12月1日

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$ .

12月2日

(2016年, 数二, 数三, 10分)

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x + 2x \sin x)^{\frac{1}{x^4}}$ .

12月3日

(2016年, 数三)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\frac{1}{\cos x - \sin x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12月4日

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x + e^{2x} + \dots + e^{nx}}{n} \right)^{\frac{1}{x}}$

12月5日

求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^n}{(x+1)(x+2)\cdots(x+n)} \right)^x$

12月6日

求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$

12月7日

求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[ e \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{-n} - 1 \right]$

12月8日

设  $a > 0, a \neq 1$ , 且  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^p (a^{\frac{1}{x}} - a^{\frac{1}{x+1}}) = \ln a$ , 则  $p = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12月9日

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{\cos x})(1 - \sqrt[3]{\cos x}) \cdots (1 - \sqrt[n]{\cos x})}{(1 - \cos x)^{n-1}}$ .

12月10日

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin^2 x + e^x) - x}{\ln(x^2 + e^{2x}) - 2x}$

12月11日

已知极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x^k} = c$ ,

其中  $k, c$  为常数, 且  $c \neq 0$ , 则

- (A)  $k = 2, c = -\frac{1}{2}$ .      (B)  $k = 2, c = \frac{1}{2}$ .  
(C)  $k = 3, c = -\frac{1}{3}$ .      (D)  $k = 3, c = \frac{1}{3}$ .

12月12日

若  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x^3}{x^4} - \frac{f(x)}{x^3} \right) = 2$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  是  $x$  的 ( )

- (A) 等价无穷小                      (B) 同阶但非等价无穷小  
(C) 高阶无穷小                      (D) 低阶无穷小



12月13日

(2005年2) 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\alpha(x) = kx^2$  与

$\beta(x) = \sqrt{1+x \arcsin x} - \sqrt{\cos x}$  是等价无穷小, 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12月14日

(2007年1,2) 当  $x \rightarrow 0^+$  时, 与  $\sqrt{x}$  等价的无穷小量是 ( ).

(A)  $1 - e^{\sqrt{x}}$  (B)  $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$  (C)  $\sqrt{1+\sqrt{x}} - 1$  (D)  $1 - \cos \sqrt{x}$

12月15日

(2016年2) 设  $a_1 = x(\cos \sqrt{x} - 1)$ ,  $a_2 = \sqrt{x} \ln(1 + \sqrt[3]{x})$ ,  $a_3 = \sqrt[3]{x+1} - 1$ .

当  $x \rightarrow 0^+$  时, 以上3个无穷小量从低阶到高阶的排序是

- (A)  $a_1, a_2, a_3$ .                      (B)  $a_2, a_3, a_1$ .  
(C)  $a_2, a_1, a_3$ .                      (D)  $a_3, a_2, a_1$ .

12月16日

(2007年2) 函数  $f(x) = \frac{(e^x + e) \tan x}{x(e^x - e)}$  在  $[-\pi, \pi]$  上的第一类间断点是  $x = ( \quad )$

- (A) 0                      (B) 1                      (C)  $-\frac{\pi}{2}$                       (D)  $\frac{\pi}{2}$

12月17日

(2008年2) 设函数  $f(x) = \frac{\ln|x|}{|x-1|} \sin x$ , 则  $f(x)$  有 ( ).

- A) 1个可去间断点, 1个跳跃间断点;
- B) 1个可去间断点, 1个无穷间断点;
- C) 2个跳跃间断点;
- D) 2个无穷间断点.

12月18日

(2010年2) 函数  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$  的无穷间断点的个数为 ( ).

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3

12月19日

(2013年3) 函数  $f(x) = \frac{|x|^x - 1}{x(x+1)\ln|x|}$  的可去间断点的个数为( )

- (A) 0.      (B) 1.      (C) 2.      (D) 3.

12月20日

(1998年3) 设函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$ , 讨论函数的间断点, 其结论为

- (A) 不存在间断点      (B) 存在间断点  $x = 1$   
(C) 存在间断点  $x = 0$       (D) 存在间断点  $x = -1$

12月21日

(2006年3) 设函数  $f(x)$  在  $x=0$  处连续, 且  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^2)}{h^2} = 1$

则 ( )

- (A)  $f(0) = 0$  且  $f'_-(0)$  存在;    (B)  $f(0) = 1$  且  $f'_-(0)$  存在;  
(C)  $f(0) = 0$  且  $f'_+(0)$  存在;    (D)  $f(0) = 1$  且  $f'_+(0)$  存在.

12月22日

(1996年3) 设函数  $f(x)$  在区间  $(-\delta, \delta)$  内有定义, 若当  $x \in (-\delta, \delta)$  时, 恒有  $|f(x)| \leq x^2$ , 则  $x=0$  必是  $f(x)$  的 ( )

- (A) 间断点                                    (B) 连续而不可导的点  
(C) 可导的点, 且  $f'(0) = 0$ ;    (D) 可导的点, 且  $f'(0) \neq 0$ .

12月23日

(2015年2) 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^a \cos \frac{1}{x^\beta}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} (a > 0, \beta > 0).$

若  $f'(x)$  在  $x=0$  处连续, 则

(A)  $a - \beta > 1.$

(B)  $0 < a - \beta \leq 1.$

(C)  $a - \beta > 2.$

(D)  $0 < a - \beta \leq 2.$

12月24日

(2020年3) 曲线  $x + y + e^{2xy} = 0$  在点  $(0, -1)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

12月25日

(2015年1,3)(I) 设函数  $u(x), v(x)$  可导, 利用导数定义证明

$$[u(x)v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x);$$

(II) 设函数  $u_1(x), u_2(x), \dots, u_n(x)$  可导,  $f(x) = u_1(x)u_2(x) \cdots u_n(x)$ ,

写出  $f(x)$  的求导公式.

12月26日

(2012年3) 设函数  $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x}, & x \geq 1, \\ 2x - 1, & x < 1, \end{cases}$   $y = f(f(x))$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=e} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12月27日

(2009年2) 设  $y = y(x)$  是由方程  $xy + e^y = x + 1$

确定的隐函数, 则  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12月28日

设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = t - \ln(1+t), \\ y = t^3 + t^2 \end{cases}$  所确定, 则 **(本题数三不要求)**

$\frac{d^2 y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$



12月29日

设  $y = x^2 2^x$ , 求  $y^{(n)}$ .

12月30日

设  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ , 求  $y^{(n)}$ .

12月31日

(1990年1,2,3)已知函数  $f(x)$  具有任意阶导数,且  $f'(x)=[f(x)]^2$   
则当  $n$  为大于2的正整数时,  $f(x)$  的  $n$  阶导数  $f^{(n)}(x)$  是 ( ) .

(A)  $n![f(x)]^{n+1}$ ;

(B)  $n[f(x)]^{n+1}$ ;

(C)  $[f(x)]^{2n}$ ;

(D)  $n![f(x)]^{2n}$ .