

全国重点名校系列

新版

全国硕士研究生招生考试 考研专业课精品资料

【电子书】2024年中原工学院

808运筹学考研精品资料

策划：辅导资料编写组

真题汇编 直击考点
考研笔记 突破难点
核心题库 强化训练
模拟试题 查漏补缺

高分子长学姐推荐



【初试】2024 年中原工学院 808 运筹学考研精品资料

说明：本套资料由高分研究生潜心整理编写，高清 PDF 电子版支持打印，考研推荐资料。

一、重点名校真题汇编

1. 附赠重点名校：运筹学 2010-2022 年考研真题汇编（暂无答案）

说明：赠送重点名校考研真题汇编，因不同院校真题相似性极高，甚至部分考题完全相同，建议考生备考过程中认真研究其他院校的考研真题。

二、2024 年中原工学院 808 运筹学考研资料

2. 《运筹学教程》考研相关资料

（1）《运筹学教程》[笔记+提纲]

①中原工学院 808 运筹学之《运筹学教程》考研复习笔记。

说明：本书重点复习笔记，条理清晰，重难点突出，提高复习效率，基础强化阶段推荐资料。

②中原工学院 808 运筹学之《运筹学教程》复习提纲。

说明：该科目复习重难点提纲，提炼出重难点，有的放矢，提高复习针对性。

（2）《运筹学教程》考研核心题库（含答案）

①中原工学院 808 运筹学考研核心题库之《运筹学教程》简答题精编。

②中原工学院 808 运筹学考研核心题库之《运筹学教程》计算题精编。

③中原工学院 808 运筹学考研核心题库之《运筹学教程》证明题精编。

说明：本题库涵盖了该考研科目常考题型及重点题型，根据历年考研大纲要求，结合考研真题进行的分类汇编并给出了详细答案，针对性强，是考研复习推荐资料。

（3）《运筹学教程》考研题库[仿真+强化+冲刺]

①2024 年中原工学院 808 运筹学考研专业课五套仿真模拟题。

说明：严格按照本科目最新专业课真题题型和难度出题，共五套全仿真模拟试题含答案解析。

②2024 年中原工学院 808 运筹学考研强化五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课强化检测使用。共五套强化模拟题，均含有详细答案解析，考研强化复习推荐。

③2024 年中原工学院 808 运筹学考研冲刺五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课冲刺检测使用。共五套冲刺预测试题，均有详细答案解析，最后冲刺推荐资料。

三、电子版资料全国统一零售价

3. 本套考研资料包含以上一、二部分（高清 PDF 电子版，不含教材），全国统一零售价：[¥]

特别说明：

①本套资料由本机构编写组按照考试大纲、真题、指定参考书等公开信息整理收集编写，仅供考研复习参考，与目标学校及研究生院官方无关，如有侵权、请联系我们将立即处理。

②资料中若有真题及课件为免费赠送，仅供参考，版权归属学校及制作老师，在此对版权所有者表示感谢，如有异议及不妥，请联系我们，我们将无条件立即处理！

四、2024 年研究生入学考试指定/推荐参考书目（资料不包括教材）

4. 中原工学院 808 运筹学考研初试参考书

《运筹学教程》(第5版)胡运权主编,清华大学出版社

五、本套考研资料适用院系

机电学院

版权声明

编写组依法对本书享有专有著作权,同时我们尊重知识产权,对本电子书部分内容参考和引用的市面上已出版或发行图书及来自互联网等资料的文字、图片、表格数据等资料,均要求注明作者和来源。但由于各种原因,如资料引用时未能联系上作者或者无法确认内容来源等,因而有部分未注明作者或来源,在此对原作者或权利人表示感谢。若使用过程中对本书有任何疑问请直接联系我们,我们会在第一时间与您沟通处理。

因编撰此电子书属于首次,加之作者水平和时间所限,书中错漏之处在所难免,恳切希望广大考生读者批评指正。

目录

封面.....	1
目录.....	4
2024 年中原工学院 808 运筹学备考信息.....	9
中原工学院 808 运筹学考研初试参考书目	9
中原工学院 808 运筹学考研招生适用院系	9
2024 年中原工学院 808 运筹学考研核心笔记	10
《运筹学教程》考研核心笔记	10
第 1 章 线性规划及单纯形法	10
考研提纲及考试要求	10
考研核心笔记.....	10
第 2 章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析	16
考研提纲及考试要求	16
考研核心笔记.....	16
第 3 章 运输问题.....	24
考研提纲及考试要求	24
考研核心笔记.....	24
第 4 章 目标规划.....	29
考研提纲及考试要求	29
考研核心笔记.....	29
第 5 章 整数规划.....	35
考研提纲及考试要求	35
考研核心笔记.....	35
第 6 章 非线性规划.....	42
考研提纲及考试要求	42
考研核心笔记.....	42
第 7 章 动态规划.....	54
考研提纲及考试要求	54
考研核心笔记.....	54
第 8 章 图与网络分析.....	65
考研提纲及考试要求	65
考研核心笔记.....	65
第 9 章 网络计划.....	80
考研提纲及考试要求	80
考研核心笔记.....	80
第 10 章 排队论.....	84
考研提纲及考试要求	84

考研核心笔记.....	84
第 11 章 存贮论.....	92
考研提纲及考试要求.....	92
考研核心笔记.....	92
第 12 章 对策论.....	97
考研提纲及考试要求.....	97
考研核心笔记.....	97
第 13 章 决策分析.....	107
考研提纲及考试要求.....	107
考研核心笔记.....	107
第 14 章 运筹学中的启发式方法.....	112
考研提纲及考试要求.....	112
考研核心笔记.....	112
2024 年中原工学院 808 运筹学考研复习提纲.....	120
《运筹学教程》考研复习提纲.....	120
2024 年中原工学院 808 运筹学考研核心题库.....	122
《运筹学教程》考研核心题库之简答题精编.....	122
《运筹学教程》考研核心题库之计算题精编.....	185
《运筹学教程》考研核心题库之证明题精编.....	250
2024 年中原工学院 808 运筹学考研题库[仿真+强化+冲刺].....	275
中原工学院 808 运筹学考考研仿真五套模拟题.....	275
2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（一）.....	275
2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（二）.....	294
2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（三）.....	310
2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（四）.....	325
2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（五）.....	347
中原工学院 808 运筹学考考研强化五套模拟题.....	371
2024 年运筹学教程五套强化模拟题及详细答案解析（一）.....	371
2024 年运筹学教程五套强化模拟题及详细答案解析（二）.....	388
2024 年运筹学教程五套强化模拟题及详细答案解析（三）.....	403
2024 年运筹学教程五套强化模拟题及详细答案解析（四）.....	422
2024 年运筹学教程五套强化模拟题及详细答案解析（五）.....	442
中原工学院 808 运筹学考考研冲刺五套模拟题.....	464
2024 年运筹学教程五套冲刺模拟题及详细答案解析（一）.....	464
2024 年运筹学教程五套冲刺模拟题及详细答案解析（二）.....	489
2024 年运筹学教程五套冲刺模拟题及详细答案解析（三）.....	503
2024 年运筹学教程五套冲刺模拟题及详细答案解析（四）.....	520
2024 年运筹学教程五套冲刺模拟题及详细答案解析（五）.....	540

附赠重点名校：运筹学 2010-2022 年考研真题汇编（暂无答案）	557
第一篇、2022 年运筹学考研真题汇编	557
2022 年中国人民解放军陆军工程大学 702 运筹学考研专业课真题	557
2022 年北京邮电大学 826 运筹学考研专业课真题	559
2022 年河北科技大学 812 运筹学考研专业课真题	562
第二篇、2021 年运筹学考研真题汇编	566
2021 年杭州电子科技大学运筹学考研专业课真题	566
2021 年河北科技大学 812 运筹学考研专业课真题	571
2021 年北京邮电大学 826 运筹学考研专业课真题	575
2021 年广东工业大学 857 管理运筹学考研专业课真题	578
2021 年暨南大学 827 管理运筹学（A 卷）考研专业课真题	582
2021 年昆明理工大学 813 运筹学考研专业课真题	588
2021 年浙江财经大学 861 管理运筹学考研专业课真题	590
2021 年浙江工商大学 830 运筹学考研专业课真题	594
2021 年浙江工业大学 821 运筹学（1）考研专业课真题	598
2021 年浙江工业大学 836 运筹学考研专业课真题	601
2021 年中国海洋大学 848 运筹学考研专业课真题	604
第三篇、2020 年运筹学考研真题汇编	607
2020 年昆明理工大学大学 813 运筹学考研专业课真题	607
2020 年重庆邮电大学 816 运筹学考研专业课真题	610
2020 年西安建筑科技大学 816 运筹学考研专业课真题	616
2020 年浙江工业大学 821 运筹学 I 考研专业课真题	620
2020 年北京邮电大学 826 运筹学考研专业课真题	623
2020 年暨南大学 827 管理学、运筹学考研专业课真题	627
2020 年浙江工商大学 830 运筹学考研专业课真题	630
2020 年浙江工业大学 836 运筹学考研专业课真题	633
2020 年中国海洋大学 848 运筹学考研专业课真题	635
2020 年武汉科技大学 817 运筹学考研专业课真题及答案	637
2020 年杭州电子科技大学运筹学考研专业课真题	653
2020 年首都经济贸易大学 920 运筹学考研专业课真题	658
第四篇、2019 年运筹学考研真题汇编	663
2019 年广东工业大学 804 运筹学考研专业课真题	663
2019 年昆明理工大学 813 运筹学考研专业课真题及答案	666
2019 年西安建筑科技大学 816 运筹学考研专业课真题	670
2019 年长沙理工大学 811 运筹学学考研专业课真题	674
2019 年浙江工商大学 830 运筹学考研专业课真题	678
2019 年浙江工业大学 836 运筹学考研专业课真题	682
2019 年中山大学 802 运筹学考研专业课真题	686
第五篇、2018 年运筹学考研真题汇编	689

2018 年杭州电子科技大学 832 运筹学考研专业课真题	689
2018 年武汉科技大学 817 运筹学考研专业课真题及答案	693
2018 年广东工业大学 804 运筹学考研专业课真题	700
2018 年杭州师范大学 832 管理运筹学考研专业课真题	704
2018 年南京航空航天大学 824 运筹学考研专业课真题	710
2018 年上海海事大学 809 运筹学考研专业课真题	713
2018 年太原科技大学 836 运筹学考研专业课真题	715
2018 年天津城建大学 809 运筹学考研专业课真题	719
2018 年长沙理工大学 811 运筹学考研专业课真题	724
2018 年浙江工商大学 830 运筹学考研专业课真题	728
2018 年中国海洋大学 848 运筹学考研专业课真题	731
第六篇、2017 年运筹学考研真题汇编	734
2017 年南京航空航天大学 824 运筹学考研专业课真题	734
2017 年青岛大学 824 运筹学考研专业课真题	737
2017 年重庆邮电大学 816 运筹学考研专业课真题	740
2017 年中山大学 802 运筹学考研专业课真题	744
2017 年浙江工商大学 830 运筹学考研专业课真题	746
2017 年上海海事大学 809 运筹学考研专业课真题	749
2017 年青岛大学 824 运筹学考研专业课真题	751
第七篇、2016 年运筹学考研真题汇编	753
2016 年青岛大学 872 运筹学考研专业课真题	753
2016 年青岛大学 824 运筹学考研专业课真题	756
2016 年昆明理工大学 813 运筹学考研专业课真题	760
2016 年解放军信息工程大学 804 运筹学考研专业课真题	764
2016 年广东工业大学 804 运筹学考研专业课真题	767
2016 年安徽工业大学 875 运筹学考研专业课真题	770
第八篇、2015 年运筹学考研真题汇编	773
2015 年山东科技大学 847 运筹学考研专业课真题	773
2015 年山东科技大学 701 运筹学考研专业课真题	776
2015 年昆明理工大学 813 运筹学考研专业课真题	779
2015 年江苏科技大学运筹学考研专业课真题	782
2015 年河南财经政法大学 807 运筹学考研专业课真题	784
2015 年河北大学 868 运筹学考研专业课真题	788
2015 年暨南大学 827 管理运筹学考研专业课真题	790
第九篇、2014 年运筹学考研真题汇编	794
2014 年广东工业大学 804 运筹学考研专业课真题	794
2014 年四川理工学院 813 运筹学考研专业课真题	797
2014 年上海海事大学 809 运筹学考研专业课真题	801
2014 年江苏科技大学 821 运筹学考研专业课真题	803
2014 年河北大学 868 运筹学考研专业课真题	805

2024 年中原工学院 808 运筹学备考信息

中原工学院 808 运筹学考研初试参考书目

《运筹学教程》(第 5 版)胡运权主编,清华大学出版社

中原工学院 808 运筹学考研招生适用院系

机电学院

考研云分享
kaoyany.top

2024 年中原工学院 808 运筹学考研核心笔记

《运筹学教程》考研核心笔记

第 1 章 线性规划及单纯形法

考研提纲及考试要求

- 考点：线性规划的基本概念
- 考点：将线性规划的普通型化为标准型
- 考点：图解法的步骤
- 考点：三个基本定理
- 考点：单纯形表迭代法

考研核心笔记

【核心笔记】线性规划问题及其数学模型

例 1-3 美佳公司计划制造 I、II 两种产品，现已知各制造一件时分别占用的设备 A、B 的台时数，及调试工序所需要的时间。问该公司应制造两种家电各多少件时才能使获取的利润最大？

	生产 1 件 I 产品	生产 1 件 II 产品	每天可用能力 (小时)
设备 A (台时)	0	5	15
设备 B (台时)	6	2	24
调试 (小时)	1	1	5
利润 (元)	2	1	

$$\max Z = 2x_1 + x_2$$

$$s.t. \begin{cases} 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

例 1-4 有 A、B、C 三个工地，每天需要水泥各为 17、18、15 百袋。为此甲、乙两个水泥厂每天各生产 23 百袋和 27 百袋水泥供应这三个工地。其单位运价如下表，求最佳调运方案。

工地 \ 水泥厂	A	B	C
甲	1	1.5	2
乙	2	4	2

工地 \ 水泥厂	A	B	C	供应量/百袋
甲	x_{11}	x_{12}	x_{13}	23
乙	x_{21}	x_{22}	x_{23}	27
需求量/百袋	17	18	15	50

$$\max Z = x_{11} + 1.5x_{12} + 2x_{13} + 2x_{21} + 4x_{22} + 2x_{23}$$

$$s.t. \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 23 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 27 \\ x_{11} + x_{21} = 17 \\ x_{12} + x_{22} = 18 \\ x_{13} + x_{23} = 15 \\ x_{ij} \geq 0 (i=1,2; j=1,2,3) \end{cases}$$

1. 线性规划的基本概念

如果规划问题的数学模型中，决策变量的取值是连续的整数、小数、分数或实数，目标函数是决策变量的线性函数，约束条件是含决策变量的线性等式或不等式，则称这种规划问题为线性规划。

2. 将线性规划的普通型化为标准型

(1) 对于 $\min Z=CX$, 可转化为 $\min(-Z)=-CX$;

(2) 当约束条件中出现 $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$ 时，在左边加上一个“松弛变量” $x_{i+1} \geq 0$ ，使不等式变为等式；当约束条件中出现 $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i$ 时，则在左边减去一个“松弛变量” $x_{i+1} \geq 0$ 。

(3) 当某个决策变量 $x_j < 0$ 或符号不限时，则增加两个决策变量 x_j' 和 x_j'' ，令 $x_j = x_j' - x_j''$;

(4) 当约束条件中有常数项 $b_i < 0$ 时，则在方程两边同乘以 (-1)。

例 1-5 将下列非标准 4 型线性规划问题转化为标准型。

$$\begin{aligned} \min Z &= 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \\ s.t. & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 300 \\ x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 400 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 200 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ 不限} \end{cases} \end{aligned}$$

解：

$$\begin{aligned} \min(-Z) &= -3x_1 + 2x_2 - 4(x_3' - x_3'') + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 \\ s.t. & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4(x_3' - x_3'') - x_4 \geq 300 \\ x_1 + 5x_2 + 6(x_3' - x_3'') + x_5 \leq 400 \\ x_1 + x_2 + x_3' - x_3'' + x_6 \leq 200 \\ x_1, x_2, x_3', x_3'', x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

【核心笔记】图解法

1. 图解法的步骤

(1) 用决策变量建立直角坐标系；

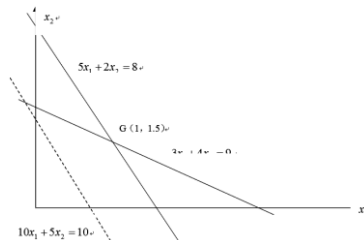
(2) 对于每一个约束条件，先取等式画出直线，然后取一已知点（一般取原点）的坐标代入该直线方程的左边，由其值是否满足约束条件的不等号及该已知点的位置来判断它所在的半平面是否为可行域。

(3) 令 Z 等于任一常数，画出目标函数的直线，平移该直线，直至它与凸多边形可行域最右边的角点相切，切点坐标则为最优解。

例 1-5

$$\begin{aligned} \max Z &= 10x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 9 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

解



可行解——满足约束条件的解，全部可行解的集合叫可行域。

最优解——使目标函数达到最大值的可行解。

基变量——利用矩阵的初等变换从约束条件的 $m \times n (n > m)$ 阶系数矩阵找出一个 $m \times m$ 阶单位子矩阵，它们对应的变量叫基变量，其余的叫非基变量。

矩阵的初等变换——将矩阵的一行同乘以一个数；将矩阵的一行同乘以一个数，将矩阵的一行同乘以一个数，再加入到另外一行上去。

【核心笔记】单纯法的计算步骤

1. 三个基本定理

可行解——满足约束条件的解，全部可行解的集合叫可行域。

最优解——使目标函数达到最大值的可行解。

基变量——利用矩阵的初等变换从约束条件的 $m \times n (n > m)$ 阶系数矩阵找出一个 $m \times m$ 阶单位子矩阵，它们对应的变量叫基变量，其余的叫非基变量。

矩阵的初等变换——将矩阵的一行同乘以一个数；将矩阵的一行同乘以一个数，再加入到另外一行上去。

2. 单纯形表迭代法

(1) 化为标准型

(2) 做出初始单纯形表，求出检验数；

(3) 确定检验数中最大正数所在的列为主元列，选择主元列所对应的非基变量为进基变量

(4) 按最小比值原则，用常数列各数除以主元列相对应的正商数，取其最小比值，该比值所在的行为主元行；主元列与主元行交叉的元素为主元，主元所对应的基变量为出基变量。

(5) 对含常数列的增广矩阵用初等变换把主元变为 1，主元所在的列的其余元素化为 0。

(6) 计算检验数，直到全部检验数小于等于 0，迭代终止。基变量对应的常数列为最优解，代入目标函数得最优目标函数值。

例 1-6

$$\begin{aligned} \max Z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

解：先化为标准型：

$$\begin{aligned} \max Z &= 2x_1 + x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 5x_2 + x_3 = 15 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_4 = 24 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

其约束条件的系数增广矩阵为

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 5 & 1 & 0 & 15 \\ 6 & 2 & 0 & 1 & 24 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right]$$

初始基可行解为： $X = (0, 0, 15, 24, 5)^T$ ，以此列出单纯形表如下。

得： $X = (7/2, 3/2, 15/2, 0, 0)^T$ ，代入目标函数得： $Z = 2 \times 7/2 + 1 \times 3/2 + 15/2 \times 0 + 0 \times 0 = 17/2$ 。

目标函数		C_j	2	1	0	0	0	常数
决策变量			$x_1 \downarrow$	$x_2 \downarrow$	x_3	x_4	x_5	
基变量								
初	x_3	0	0	5	1	0	0	15
始	x_4	0	[6]	2	0	1	0	24
表	x_5	0	1	1	0	0	1	5
计	Z_j		0	0	0	0	0	

算	λ_j		2	1	0	0	0	
$\theta = \min(-24/6, 5/1) = 24/6 = 4$								
第一	x_3	0	0	5	1	0	0	15
次选	x_1	2	1	1/3	0	1/6	0	4
代	x_5	0	0	[2/3]	0	-1/6	1	1
	Z_j	2	2/3	0	1/3	0		
	λ_j	0	1/3	0	-1/3	0		
$\theta = \min(\frac{15}{5}, \frac{4}{1/3}, \frac{1}{2/3}) = \frac{1}{2/3} = 3/2$								
第二	x_3	0	0	0	1	5/4	-15/2	15/2
次选	x_1	2	1	0	0	1/4	-1/2	7/2
代	x_2	1	0	1	0	-1/4	3/2	3/2
	Z_j	2	1	0	1/4	1/2		
	λ_j	0	0	0	-1/4	-1/2		

【核心笔记】单纯形法的进一步讨论

例 1-7 用单纯形法求解下列线性规划问题：

$$\begin{cases} \max Z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

解：将第二个约束条件化为等式（左边减去一个松弛变量）后，约束条件的系数矩阵不存在单位矩阵，这时可在约束条件第一、二等式的左边分别加上一个人工变量作为初始基变量，使之出现单位矩阵。为了使目标函数中的人工变量为 0，令它们的系数为任意大的负值“-M”，然后采用一般单纯形表法求解。

$$\begin{cases} \min Z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - Mx_4 + 0x_5 - Mx_6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - x_5 + x_6 = 10 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

2024 年中原工学院 808 运筹学考研复习提纲

《运筹学教程》考研复习提纲

运筹学复习提纲

绪论

理解运筹学的含义，了解运筹的发展史与应用

第一章 线性规划及单纯形法

理解什么是线性规划问题，掌握线性规划问题建模方法，会使用图解法求解线性规划问题，掌握单纯形法的原理并能熟练使用单纯形法求解线性规划问题，掌握人工变量法和两阶段法。

第二章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析

理解什么是线性规划问题的对偶问题，会写对偶问题，掌握对偶问题的基本性质并能使用有关性质求解相关问题，理解影子价格的内涵，掌握对偶单纯形法的基本思路与求解方法，会进行灵敏度分析，理解参数线性规划。

第三章 运输问题

理解运输问题，掌握其数学模型，会用表上作业法求解运输问题（供销平衡与不平衡问题），理解有转运的运输问题，掌握运输问题应用的典型实例。

第四章 目标规划

理解目标规划问题，掌握其数学模型，会用单纯形法求解目标规划问题，能进行灵敏度分析。

第五章 整数规划

掌握整数规划的数学模型，掌握割平面法的基本原理及求解方法，掌握分支定界法的基本原理与求解方法，掌握求解 0-1 整数规划的典型方法，掌握指派问题的求解方法。

第六章 动态规划

理解多阶段决策的内涵，掌握动态规划的基本概念与原理，掌握动态规划建模的基本思想与步骤，能建立比较常见的动态规划模型并求解模型（逆序解法与顺序解法），掌握动态规划应用的几个典型问题（背包问题、生产与存储问题、采购与销售问题、设备更新问题、复合系统工作可靠性问题等）

第七章 图与网络分析

理解图与网络的基本概念与性质，理解连通图，掌握图的矩阵表示，掌握欧拉回路与中国邮路问题，理解树（含最小生成树）的基本概念与性质，会求最小生成树，理解根树及其应用，掌握求最短路的基本原理与方法（D 算法、逐次逼近法、F 算法），理解最大流的基本概念，掌握最大流—最小割定理，掌握求最大流的标号算法的思想与步骤，理解最小费用问题，掌握其求解原理与步骤。

第八章 网络计划

理解网络图的概念与性质，掌握画网络图的方法，了解网络图的分类，掌握网络图时间参数的计算方法，掌握网络计划优化的基本方法。

第九章 排队论

掌握排队系统的内涵，掌握生灭过程和 Poisson 过程，尤其要掌握“流入流出原理”，会求解单服务台模型（基本指标能推导）与多服务台模型，掌握 M/M/s 混合制排队模型，掌握有限源排队模型。

第十章 决策分析

理解决策分析的基本问题，掌握风险型决策与不确定型决策的基本方法，掌握效用函数方法，掌握层次分析法。

考研云分享
kaoyany.top

2024 年中原工学院 808 运筹学考研核心题库

《运筹学教程》考研核心题库之简答题精编

1. 用图解法求解下列线性规划问题：

$$(1) \begin{cases} \min & x_1 + 3x_2, \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 \leq 20, \\ & 6 \leq x_1 \leq 12, \\ & x_2 \geq 2; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \max & x_1 + 3x_2, \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 \leq 20, \\ & 6 \leq x_1 \leq 12, \\ & x_2 \geq 2; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \max & 2x_1 - 2x_2, \\ \text{s. t.} & -2x_1 + x_2 \geq 2, \\ & x_1 - x_2 \geq 1, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \max & x_1 + 2x_2, \\ \text{s. t.} & 2x_1 + 5x_2 \geq 12, \\ & x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ & 0 \leq x_1 \leq 4, \\ & 0 \leq x_2 \leq 3. \end{cases}$$

【答案】(1) 可行域见图 1 阴影部分。最优解为 $x^* = (6, 2)^T$ ，最优值为 12。

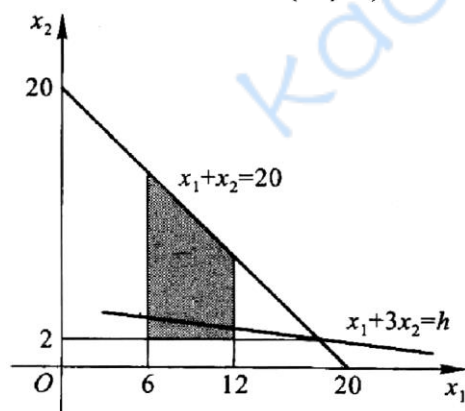


图 1

(2) 可行域与(1)的可行域相同，见图 1。最优解为 $x^* = (6, 14)^T$ ，最优值为 48。

(3) 可行域为空集。

(4) 可行域见图 2 阴影部分。最优解为 $\{x \mid x_1 + 2x_2 = 8, 2 \leq x_1 \leq 4\}$ ，最优值为 8。

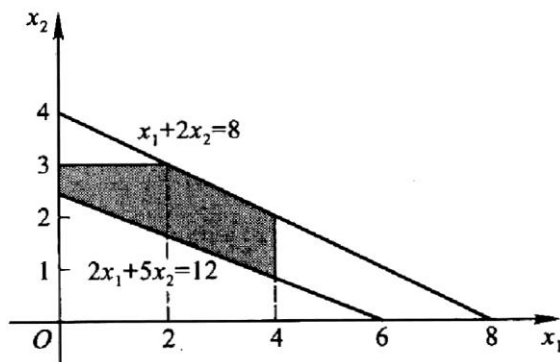


图 2

2. 用表上作业法求表 1 至表 4 中给出的运输问题的最优解(表中数字 M 为任意大正数).

表 1

单位 产地 \ 销地 运价	甲	乙	丙	丁	产量
1	3	7	6	4	5
2	2	4	3	2	2
3	4	3	8	5	3
销量	3	3	2	2	

表 2

单位 产地 \ 销地 运价	甲	乙	丙	丁	产量
1	10	6	7	12	4
2	16	10	5	9	9
3	5	4	10	10	4
销量	5	2	4	6	

表 3

单位 产地 \ 销地 运价	甲	乙	丙	丁	戊	产量
1	10	20	5	9	10	5
2	2	10	8	30	6	6
3	1	20	7	10	4	2
4	8	6	3	7	5	9
销量	4	4	6	2	4	

表 4

产地 \ 销地 单位运价	甲	乙	丙	丁	戊	产量
	1	10	18	29	13	22
2	13	M	21	14	16	120
3	0	6	11	3	M	140
4	9	11	23	18	19	80
5	24	28	36	30	34	60
销量	100	120	100	60	80	

解(1)对解表 1, 按如下步骤求解.

①用伏格尔法求初始可行解, 求解过程与上题类似, 其结果列于表 5.

表 5

产地 \ 销地	甲	乙	丙	丁	产量
1	3			2	5
2			2	0	2
3	0	3			3
销量	3	3	2	2	

②判断该运输方案是否最优——用位势法进行检验.

在表 5 中, 将有数字格(其中格子里填上 0 的也视为数字格)处填入单位运价, 并增加一行 u_i 和一行 v_j ($i=1,2,3; j=1,2,3,4$). 首先, 令 u_i 或 v_j 中某一个为 0, 再应用公式 $c_{ij} = u_i + v_j$ 求出所有的 u_i 和 v_j , 见表 6.

表 6

产地 \ 销地	甲	乙	丙	丁	u_i
1	3			4	3
2			3	2	1
3	4	3			4
v_j	0	-1	2	1	

其次, 对于表 6 中的空格 $x_{ij} = 0$, 依公式 $\sigma_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$ 计算其检验数(见表 7 格子右上方方框中的数字). 判断它们是否均为负?

表 7

产地 \ 销地	甲	乙	丙	丁	u_i
1	3	7 5	6 1	4	3
2	2 1	4 4	3	2	1
3	4	3	8 2	5 0	4
v_j	0	-1	2	1	

由表 7 看出, 所有空格的检验数 $\sigma_{ij} \geq 0$. 因此, 由表 5 给出的运输方案, 即为此问题的最优解. 其次, 因为空格 x_{34} 的检验数 $\sigma_{34} = 0$, 故此问题有无穷多最优解, 其最小运价为 $z^* = \min z = 32$ (货币单位).

(2)对解表 2, 按以下步骤求解.

①用伏格尔法求初始可行解，其过程略。此法得到的初始可行解，见表 8。

②用位势法进行检验，判断当前给出的初始可行解是否最优？该求解步骤已略，结果见表 9。

由表 8 的空格 $x_{ij} = 0$ 的检验数 σ_{ij} (即表 9 格子的右上方的方框中的数字) 全部非负，表示表 8 中给出的方案即为最优方案，亦即运输问题的最优解为 $x_{11}^* = 1, x_{12}^* = 2, x_{13}^* = 1, x_{23}^* = 3, x_{24}^* = 6, x_{31}^* = 4$ ，其余 $x_{ij}^* = 0$ 。其最小总运输费用为 $z^* = \min z = 118$ (货币单位)。

表 8

销地 \ 产地	甲	乙	丙	丁	产量
1	1	2	1		4
2			3	6	9
3	4				4
销量	5	2	4	6	

表 9

销地 \ 产地	甲	乙	丙	丁	u_i
1	10	6	7	12	0
2	16	10	5	9	-2
3	5	4	10	10	-5
v_j	10	6	7	11	

(3) 解表 3, 表 3 给出的是产销不平衡 (即产大于销) 的运输问题。因此，需要增添一个假想的销地“己”，并令其运价为 0，其销量为 2，见表 10。其求解步骤如下。

①用伏格尔法求初始可行解，其过程略，得表 11。

表 10

单位运价 \ 销地	甲	乙	丙	丁	戊	己	产量
1	10	20	5	9	10	0	5
2	2	10	8	30	6	0	6
3	1	20	7	10	4	0	2
4	8	6	3	7	5	0	9
销量	4	4	6	2	4	2	

表 11

2024 年中原工学院 808 运筹学考研题库[仿真+强化+冲刺]

中原工学院 808 运筹学考研仿真五套模拟题

2024 年运筹学教程五套仿真模拟题及详细答案解析（一）

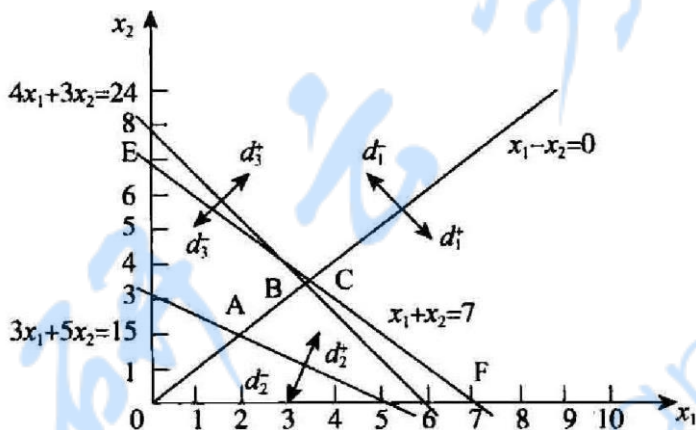
一、简答题

1. 用图解法求解目标规划问题

$$\min z = M_1(d_1^- + d_1^+) + M_2d_2^- + M_3d_3^+$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ 4x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 24 \\ x_1 + x_2 \geq 7 \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

【答案】在平面直角坐标系第一象限内作出各约束条件的图像如下，目标约束要在直线旁标上 d_i^- 和 d_i^+ 。



图

首先，绝对约束 $x_1 + x_2 \leq 7$ 确定了可行解范围在三角形 OEF 内；

根据第一级目标，要求实现 $\min\{d_1^- + d_1^+\}$ (恰好)，因而可行解范围缩小到线段 OC 上；

根据第二级目标，要求实现 $\min d_2^-$ (不少于)，在线段 OC 上，取 $d_2^- = 0$ 的点 A，此时可行解范围缩小到线段 AC 上；

根据第三级目标，要求实现 $\min d_3^+$ ，在线段 AC 上，取 $d_3^+ = 0$ 的点 B，此时解的范围缩小到线段 AB 上。

所以，线段 AB 上的所有点为满意解。可求得 $A(15/8, 15/8)$ ， $B(24/7, 24/7)$ 。

2. 某厂生产 I，II，III 三种产品，每种产品要经过 A，B 两道工序加工，A 工序可以在 A1，A2 设备上完成；B 工序可以在 B1，B2，B3 上完成。产品 I 可在 A，B 任何设备上加工；产品 II 可在任何 A 上完成，但是只能在 B1 上完成 B 工序；产品 III 只能在 A2 上完成 A 工序、B2 上完成 B 工序，人工费为每小时 50 元，产品 I 的产量不超过 1500 单位，其他各种生产参数如下表所示。如何规划，可使该厂利润最大？

表

设 备	产 品 用 时			设备有效 台时 / 小时	满负荷设备 费用 / 元
	I	II	III		
A1	5 小时	10 小时		6 000	60 000
A2	7 小时	9 小时	12 小时	10 000	60 000
B1	6 小时	8 小时		4 000	50 000
B2	4 小时		11 小时	7 000	140 000
B3	7 小时			4 000	40 000
原料费 / (元 / 件)	500	700	1 000		
单价 / (元 / 件)	1 500	2 000	2 600		

【答案】对于产品 I 来说，设以 A1, A2 完成 A 工序的产品分别为 x_1 件, x_2 件，转入 B 工序时，以 B1, B2, B3 完成 B 工序的产品数为 x_3 件, x_4 件, x_5 件；对产品 II 来说，设以 A1, A2 完成 A 工序的产品分别为 x_6 件, x_7 件，转入 B 工序后，以 B1 完成 B 工序的产品数为 x_8 件；对于产品 III 来说，设以 A2 完成 A 工序的产品为 x_9 件，则以 B2 完成 B 工序的产品也为 x_9 件。

$$\max z = 1\,000(x_1 + x_2) + 1\,300(x_6 + x_7) + 1\,600x_9 - 60(5x_1 + 10x_6) - 56(7x_2 + 9x_7 + 12x_9) - 62.5(6x_3 + 8x_8) - 70(4x_4 + 11x_9) - 60 \times 7x_5$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 5x_1 + 10x_6 \leq 6\,000 \\ 7x_2 + 9x_7 + 12x_9 \leq 10\,000 \\ 6x_3 + 8x_8 \leq 4\,000 \\ 4x_4 + 11x_9 \leq 7\,000 \\ 7x_5 \leq 4\,000 \\ x_1 + x_2 = x_3 + x_4 + x_5 \quad (\text{通过 A1, A2 两道工序加工的产品 I 的数量等于通过 B1, B2, B3 工序加工的产品 I 的数量。}) \\ x_6 + x_7 = x_8 \quad (\text{通过 A1, A2 两道工序加工的产品 II 的数量等于工序加工通过在 B1 的产品 II 的数量。}) \\ x_1 + x_2 \leq 1\,500 \quad (\text{产品 I 的数量不超过 1 500 单位。}) \\ x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 9) \end{cases}$$

3. 试将 Norback 和 Love 提出的几何法与 C-W 节约算法进行比较。

【答案】(1) 几何法: 首先找出凸包，其次使凸包上的点按其自然顺序形成初始旅行线路，再次把不在初始旅行线路上的点与已在初始旅行线路上所有点相连，连线为角边，不在初始旅行线路上的点为角点，选出其中最大角对数对应的角边，让它插入初始旅行线路中形成新的旅行线路，反复进行形成哈密尔顿回路。

(2) C-W 节约算法: 首先确定一个基点，将基点与其他各点相连形成一初始线路，其次使其他各点相连，在考虑限制条件的前提下计算连成所构成弧的节约值，让最大节约值对应的弧插入线路中，反复进行，直至线路包含所有的点，本质上与插入最优弧的原理是一致的。

4. 试用割平面法求解下列整数规划:

$$\max z = 5x_1 + 5x_2$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{ 其中 } x_2 \text{ 为整数} \end{cases}$$

【答案】首先用单纯形法解此一般线性规划问题，如表 1 所示。

表 1

c_j			5	5	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	6	1	2	1	0	0
0	x_4	2	[1]	-1	0	1	0
0	x_5	15	5	4	0	0	1
z_j			0	0	0	0	0
$c_j - z_j$			5	5	0	0	0
0	x_3	4	0	3	1	-1	0
5	x_1	2	1	-1	0	1	0
0	x_5	5	0	[9]	0	-5	1
z_j			5	-5	0	5	0
$c_j - z_j$			0	10	0	-5	0
0	x_3	7/3	0	0	1	[2/3]	-1/3
5	x_1	23/9	1	0	0	4/9	1/9
5	x_2	5/9	0	1	0	-5/9	1/9
z_j			5	5	0	-5/9	10/9
$c_j - z_j$			0	0	-4/5	5/9	-10/9
0	x_4	7/2	0	0	3/2	1	-1/2
5	x_1	1	1	0	-2/3	0	1/3
5	x_2	5/2	0	1	5/6	0	-1/6
z_j			5	5	5/6	0	5/6
$c_j - z_j$			0	0	-5/6	0	-5/6

因要求 x_2 为整数，由最优单纯形表第三行得 $x_2 + \frac{5}{6}x_3 - \frac{1}{6}x_5 = \frac{5}{2}$ 。它可变换为 $x_2 - x_5 - 2 = \frac{1}{2} - \frac{5}{6}x_3 - \frac{5}{6}x_5$ 。可得到如下的割平面方程： $\frac{1}{2} - \frac{5}{6}x_3 - \frac{5}{6}x_5 \leq 0$ ，即 $-5x_3 - 5x_5 \leq -3$ 。增加松弛变量 x_6 ，把上述约束加入最优单纯形表中，得到表 2。

表 2

c_j			5	5	0	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	7/2	0	0	3/2	1	-1/2	0
5	x_1	1	1	0	-2/3	0	1/3	0
5	x_2	5/2	0	1	5/6	0	-1/6	0
0	x_6	-3	0	0	[-5]	0	-5	1
z_j			5	5	5/6	0	5/6	0
$c_j - z_j$			0	0	-5/6	0	-5/6	0
0	x_4	13/5	0	0	0	1	-2	3/10
5	x_1	7/5	1	0	0	0	1	-2/15
5	x_2	2	0	1	0	0	-1	1/6
0	x_3	3/5	0	0	1	0	1	-1/5
z_j			5	5	0	0	0	1/6
$c_j - z_j$			0	0	0	0	0	-1/6

因此, 最优解为 $x_1 = 7/5, x_2 = 2$, 最优目标函数值为 $z = 17$ 。

5. 用分支定界法求解如下整数规划问题。

$$\text{IP: } \max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s. t. } \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 17 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \text{ 为整数} \end{array} \right\} \text{LP}$$

先解其松弛问题 LP, 得最优解 $x_1^* = 7/2, x_2^* = 5/2$, 不满足整数要求。显然 $x_1 = 0, x_2 = 0$ 为问题 IP 的一个可行解。

(1) 依据以上信息, 给出问题 IP 最优目标函数值的初始上下界;

(2) 写出针对 x_2 的分支子问题;

(3) 基于上述分支子问题, 完成问题 IP 的求解 (提示: 可用图解法), 给出最优解并更新最优目标函数值的上下界。

【答案】 (1) 此整数规划的下界可确定为 0, 上界可确定为 14.5 (因为求最大值的整数规划问题, 其最优目标函数值小于或等于相应的一般线性规划的最优目标函数值)。

(2) 因为 $x_2^* = 5/2$, 所以可分为两支: $x_2 \leq 2$ 和 $x_2 \geq 3$ 。

(3) 解题过程如下图所示。

这时 L_1 分支出现了整数解, 可把下界定为 $z = 14$, 上界定为分支 L_2 的值, 即 $\bar{z} = 14$ 。此时上下界相等, 所以最优解为 $x_1^* = 4, x_2^* = 2$, 最优目标函数值为 $z = 14$ 。

附赠重点名校：运筹学 2010-2022 年考研真题汇编（暂无答案）

第一篇、2022 年运筹学考研真题汇编

2022 年中国人民解放军陆军工程大学 702 运筹学考研专业课真题

中国人民解放军陆军工程大学

2022 年全国硕士研究生统一入学考试初试试题

科目代码：702 科目名称：运筹学 满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、简答题（本题共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

1. 动态规划适用于解决哪一类问题？其主要特征是什么？
2. 简述线性规划问题无最优解时其可行区域可能的情形。
3. 简述网络计划资源优化的主要思想。
4. 简述矩阵对策问题最优纯策略的性质。
5. 简述效用函数的定义及其特征。

二、计算题（本题共 4 题，每小题 25 分，共 100 分）

1. 有甲、乙、丙、丁、戊等五人都能从事 A、B、C、D、E 五项工作，下表给出了每人从事各项工作所产生的收益。现要求各人收益之和最大的任务分配方案（每人最多只能从事一项工作，每项工作只能由一人来完成）。要求建立该问题的数学模型，并求最优解。

收 益 人 员	工 作				
	A	B	C	D	E
甲	8	12	10	7	4
乙	5	9	12	8	5
丙	9	11	0	15	7
丁	4	16	18	0	2
戊	7	9	9	14	4

2. 某工程保障项目，其工序之间的相互关系及工作时间列表如下：

工 序	A	B	C	D	E	F	G	H
紧后工序	/	/	A, B	A, B	B	C	C	D, E, F
时间/天	3	4	5	7	4	2	3	2

- 要求：（1）绘制作业计划的网络图；
 （2）计算各节点参数和工作参数；
 （3）确定关键线路。

3. 某军工企业准备投资生产三种型号的新型作战装备。每种装备的销售都可能出现销量大 S1 和销量小 S2 二种情况，其概率分别为 0.6 和 0.4。销量大时三种型号装备的收益值分别为 90、75、60 万元；销量小时三种型号装备的收益值分别为 -10、10、30 万元。假如研究所可投入 4 万元进行市场调研，调研结果为装备受欢迎 T1 和不受欢迎 T2 二种，调研报告与市场结果之间有如下的概率统计关系。

		市场结果	
		销量大	销量小
调研报告		S1	S2
	受欢迎 T1	0.9	0.3
	不受欢迎 T2	0.1	0.7

请问该军工企业该如何决策才能使总的期望效益达到最大?

4. 已知红蓝双方对抗演练中各有三种可选方案，下面的矩阵 A 是红蓝双方对抗中红方的赢得矩阵，试求红蓝双方的最优对策方案，并对该实际应用中如何实施该方案进行适当的解释。

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

考研云分享
kaoyany.top

2022 年北京邮电大学 826 运筹学考研专业课真题

北京邮电大学 2022 年硕士研究生招生考试试题

考试科目：826 运筹学

请考生注意：①所有答案(包括选择题和填空题)一律写在答题纸上，否则不计成绩。

②允许考生使用计算器。

试题一、用单纯形法中的两阶段法求解下列线性规划问题(15分)

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 - x_2 + 2x_3 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 6 \\ -2x_1 + x_3 \geq 2 \\ 2x_2 - x_3 \geq 0 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

试题二、写出下列线性规划问题的对偶问题(10分)

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \geq 5 & (1) \\ 2x_1 + 2x_3 - x_4 \leq 4 & (2) \\ x_2 + x_3 + x_4 = 6 & (3) \\ x_1 \leq 0; x_2, x_3 \geq 0; x_4 \text{ 无约束} \end{cases} \end{aligned}$$

试题三、利用对偶单纯形法求解下列线性规划问题(15分)

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \\ & \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \geq 0 \\ 3x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 \geq 2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 6x_4 \geq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

试题四、用单纯形法求解下列目标规划问题(15分)

$$\begin{aligned} \min z &= P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2d_3^- \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 4 \\ 6x_1 - 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 50 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i=1,2,3) \end{cases} \end{aligned}$$

试题五、有 5 个工人，要指派他们分别完成 5 种工作，每人做各种工作所消耗的时间如下表 1 所示，问指派哪个人去完成哪种工作，可使总的消耗时间为最小？(20分)

表 1

工人 \ 工作	A	B	C	D	E
甲	7	5	9	8	11
乙	9	12	7	11	9
丙	8	5	4	6	9
丁	7	3	6	9	6
戊	4	6	7	5	11

试题六、用逆推法求解下面问题(20分)

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = c \quad (c > 0) \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \end{cases} \end{aligned}$$

试题七、已知世界六大城市：Pe, N, Pa, L, T, M，试在由表 2 所示交通网络的数据中确定最小树(15分)

表 2

城市	Pe	T	Pa	M	N	L
Pe	×	13	51	77	68	50
T	13	×	60	70	67	59
Pa	51	60	×	57	36	2
M	77	70	57	×	20	55
N	68	67	36	20	×	34
L	50	59	2	55	34	×

以上为本书摘选部分页面仅供预览，如需购买全文请联系卖家。

全国统一零售价： **¥268.00元**

卖家联系方式： 客服电话： 17165966596（同微信）

微信扫码加卖家好友：

考研云分享-精品资料库

真题汇编 | 考研笔记 | 模拟题库



长按二维码加Q仔6号微信
有疑问直接私聊我

考研云分享-官方网站

免费真题 | 免费笔记 | 全科资源



长按二维码跳转至官网
还有更多内容和服务访问查看